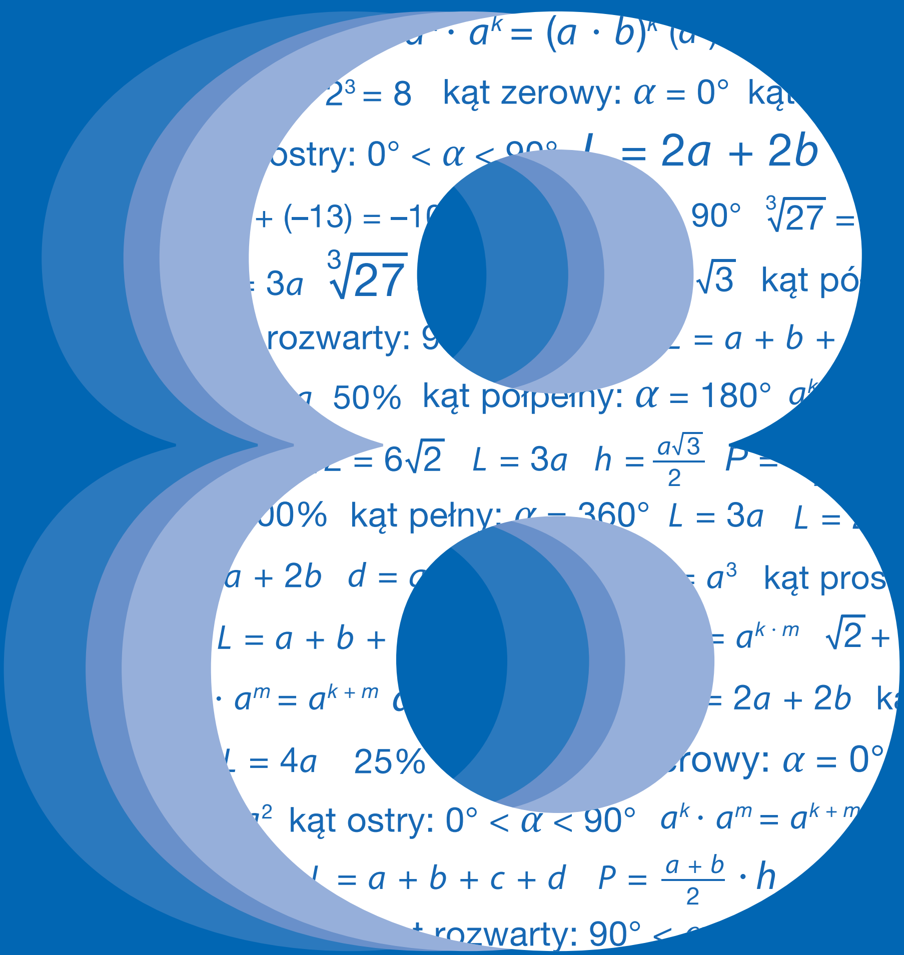
teraz egzamin ósmoklasisty

ZGODNE
Z WYTYCZNYMI CKE
EGZAMINY OD 2025 R.

MATEMATYKA REPETYTORIUM



Szkoła podstawowa

nowa era

Jerzy Janowicz

teraz egzamin ósmoklasisty

Repetytorium z matematyki
dla szkoły podstawowej

nowa era
Twoje mocne strony

Spis treści

Rozwiązania krok po kroku wszystkich zadań znajdziesz pod kodami QR zamieszczonymi na stronach 200–203.

Co znajdziesz w tej publikacji?

Informacje ogólne o egzaminie ósmoklasisty

Informacje o egzaminie ósmoklasisty z matematyki

Zaplanuj swoje przygotowania do egzaminu z planerem

Na stronach wstępnych znajdziesz informacje ogólne o egzaminie ósmoklasisty oraz informacje szczegółowe dotyczące egzaminu z matematyki.

Aktualności dotyczące egzaminu znajdziesz pod kodem QR SPRAWDŹ AKTUALNOŚCI CKE (s. 5).

Planer to połączenie spisu treści repetytorium z kalendarzem. Ułatwia samodzielne zaplanowanie powtórki całego materiału i motywuje do systematycznej pracy. Możesz w nim odhaczać zrealizowane tematy i odliczać czas pozostały do egzaminu.

Dział 1 Liczby

Dział 2 Procenty

Dział 3 Potęgi i pierwiastki

Dział 4 Wyrażenia algebraiczne, równania

Dział 5 Planimetria

Dział 6 Geometria przestrzenna

Dział 7 Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

Materiał zawarty w siedmiu pierwszych działach obejmuje zakres matematyki z całej szkoły podstawowej. W każdym z działów znajdziesz:

- ✔ niezbędną **wiedzę teoretyczną**,
- ✔ **przykłady** i odpowiadające im **ćwiczenia** do samodzielnego rozwiązania,
- ✔ **zestawy zadań** podobnych do egzaminacyjnych, które pozwolą wytrenować potrzebne umiejętności,
- ✔ **zadania Centralnej Komisji Egzaminacyjnej**, dzięki którym sprawdzisz opanowanie materiału.
- ✔ **zadania z egzaminów ósmoklasisty** oraz innych materiałów CKE zostały oznaczone **CKE miesiąc rok**.

Dział 8 Zadania na dowodzenie

Ten dział zbudowany jest według powyższego schematu, ale poświęcony specyficznym zadaniom – na **dowodzenie**.

Przykładowy arkusz egzaminacyjny

W tym rozdziale zamieściliśmy zestaw zadań skonstruowany na wzór arkusza egzaminacyjnego.

Odpowiedzi

Kody QR prowadzące do rozwiązań wszystkich zadań

Na końcu publikacji znajdziesz **odpowiedzi** do ćwiczeń i zadań. Pod kodami QR zostały umieszczone **rozwiązania krok po kroku wszystkich zadań**.

To może się przydać – dodatek matematyczny

Zamieszczone tu **wzory**, **reguły** i **obliczenia** możesz wykorzystać w dowolnym momencie nauki.

Indeks

To **spis pojęć** występujących w repetytorium, przydatny do szybkiego wyszukiwania informacji.

Informacje ogólne o egzaminie ósmoklasisty

Jak przebiega egzamin?

1. DZIEŃ

język polski

150 MINUT

2. DZIEŃ

matematyka

125 MINUT

3. DZIEŃ

język obcy nowożytny

110 MINUT

Wyniki egzaminu [%]

- Egzaminu **nie można nie zdać.** Samo podejście do egzaminu jest równoznaczne z jego zaliczeniem.
- Jeśli zależy ci na dostaniu się do wymarzonej szkoły ponadpodstawowej, powalcz o jak najlepsze wyniki egzaminu. Mogą być one **ważne podczas rekrutacji** do wybranej przez ciebie szkoły.
- Wyniki zostaną podane w dniu zakończenia roku szkolnego i będą wyrażone w procentach.

SPRAWDŹ AKTUALNOŚCI CKE

Charakter egzaminu

- Egzamin **jest obowiązkowy,** co oznacza, że każdy uczeń kończący klasę 8 musi do niego przystąpić, aby ukończyć szkołę.
- Egzamin ma **formę pisemną.**

Co trzeba wiedzieć o arkuszu egzaminacyjnym?

Arkusz egzaminacyjny to rodzaj zeszytu, który dostaniesz w dniu egzaminu. Jego pierwsza strona jest przeznaczona na informacje o egzaminie i wpisanie numeru identyfikacyjnego, a na pozostałych stronach znajdują się zadania wraz z miejscem na ich rozwiązania.

Co należy zabrać ze sobą na egzamin?

- **Wszystkie przedmioty**
  - ważną legitymację szkolną
  - pióro lub długopis z czarnym tuszem
- **Matematyka**
  - linijkę

Czego nie można wnieść do sali egzaminacyjnej?

urządzeń telekomunikacyjnych

Informacje o egzaminie ósmoklasisty **z matematyki**

Jak wygląda arkusz egzaminacyjny?

Cały arkusz będzie zawierał od 20 do 21 zadań, za których rozwiązanie będzie można zdobyć 30 punktów.

Pierwsza część zawiera 14–15 zadań zamkniętych i daje możliwość zdobycia około połowy punktów.

W drugiej części jest 5–6 zadań otwartych. Za ich poprawne rozwiązanie otrzymasz pozostałe punkty.

Co musisz wiedzieć i umieć?

Zadania w arkuszu egzaminacyjnym sprawdzą twoje kompetencje matematyczne, czyli:
- znajomość faktów matematycznych (wzorów, reguł postępowania),
- umiejętność zastosowania wiedzy matematycznej w praktyce,
- zdolność analizowania i rozwiązywania problemów, w tym także planowania procesu ich rozwiązywania.

Egzamin ma za zadanie m.in. sprawdzić samodzielność ucznia w posługiwaniu się ogólnymi umiejętnościami matematycznymi. Dlatego w arkuszu spotkasz się z zadaniami dotyczącymi wykorzystania matematyki na co dzień – zarówno stosowania wzorów i reguł, jak i logicznego myślenia i działania.

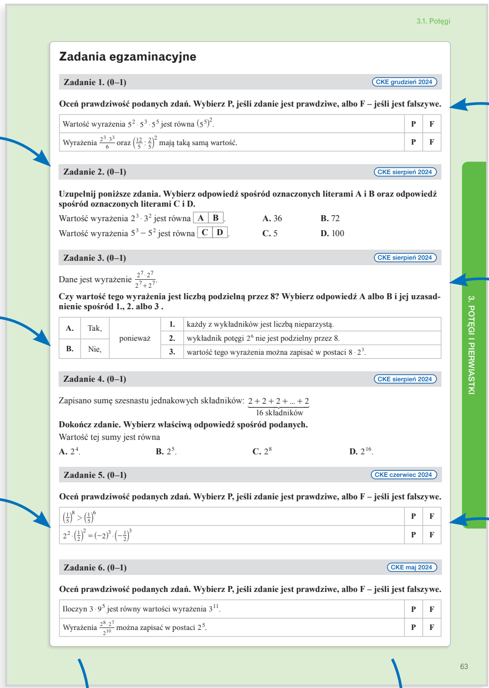
Sposób na egzamin

Każde zadanie wymaga nieco innego podejścia, ale są pewne zasady, dzięki którym możesz sprawniej przejść przez cały zestaw i optymalnie wykorzystać czas przeznaczony na egzamin.

Każde polecenie przeczytaj uważnie co najmniej dwa razy.

Zajmij się najpierw zadaniami, które potrafisz rozwiązać.

Spróbuj sobie przypomnieć rozwiązania podobnych zadań. Może tamte pomysły przydadzą się teraz.



3.1. Potęgi

Zadania egzaminacyjne

Zadanie 1. (0–1) CKE grudzień 2024

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wartość wyrażenia $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5$ jest równa $(5^5)^2$.	P	F
Wyrażenia $\frac{2^3 \cdot 3^3}{6}$ oraz $\left(\frac{12}{5} : \frac{2}{5}\right)^2$ mają taką samą wartość.	P	F

Zadanie 2. (0–1) CKE sierpień 2024

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $2^3 \cdot 3^2$ jest równa A / B. A. 36 B. 72

Wartość wyrażenia $5^3 - 5^2$ jest równa C / D. C. 5 D. 100

Zadanie 3. (0–1) CKE sierpień 2024

Dane jest wyrażenie $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą podzielną przez 8? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3 .

A.	Tak,	ponieważ	**1.**	każdy z wykładników jest liczbą nieparzystą.
			2.	wykładnik potęgi 2^6 nie jest podzielny przez 8.
B.	Nie,		**3.**	wartość tego wyrażenia można zapisać w postaci $8 \cdot 2^3$.

Zadanie 4. (0–1) CKE sierpień 2024

Zapisano sumę szesnastu jednakowych składników: $\underbrace{2+2+2+...+2}_{16 \text{ składników}}$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość tej sumy jest równa

A. 2^4. **B.** 2^5. **C.** 2^8 **D.** 2^{16}.

Zadanie 5. (0–1) CKE czerwiec 2024

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

$\left(\frac{1}{5}\right)^8 > \left(\frac{1}{5}\right)^6$	P	F
$2^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$	P	F

Zadanie 6. (0–1) CKE maj 2024

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Iloczyn $3 \cdot 9^5$ jest równy wartości wyrażenia 3^{11}.	P	F
Wyrażenia $\frac{2^8 \cdot 2^7}{2^{10}}$ można zapisać w postaci 2^5.	P	F

3. POTĘGI I PIERWIASTKI

63

Nie ma sposobów lepszych i gorszych. Za zadanie rozwiązane poprawnym sposobem (nawet nie najprostszym) otrzymasz maksymalną liczbę punktów.

Sprawdzaj obliczenia – nawet jeśli zastosujesz całkowicie poprawną metodę rozwiązania, ale popełnisz błędy rachunkowe, nie otrzymasz maksymalnej liczby punktów.

Po rozwiązaniu sprawdź, czy otrzymany wynik spełnia wszystkie warunki sformułowane w zadaniu.

Nie trwaj zbyt długo przy jednym pomyśle na rozwiązanie, gdy nie daje on oczekiwanych rezultatów – spróbuj jeszcze raz od początku, stosując inną metodę.

Przedstaw problem z zadania inaczej – **zrób rysunek, schemat lub tabelkę.** Jeśli w arkuszu są gotowe rysunki, wykorzystaj je – możesz po nich pisać i rysować.

Zadania zamknięte – o czym musisz pamiętać?

- Jeśli do zadania zamkniętego podanych jest kilka proponowanych odpowiedzi, **zawsze tylko jedna z nich jest poprawna**. Twoim zadaniem jest wskazanie tej jednej właściwej i zaznaczenie jej na karcie odpowiedzi.
- **Uważaj na odpowiedzi, które na pierwszy rzut oka wydają się prawidłowe.** Często przedstawione możliwości różnią się od siebie nieznacznie, przez co nietrudno pomylić odpowiedź prawidłową z błędną.
- **Jeżeli po przeniesieniu odpowiedzi na kartę okaże się, że jednak chcesz ją zmienić**, otocz kółkiem błędną odpowiedź i zaznacz inny wariant.
- Pamiętaj, że **jeśli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź, to otrzymasz 0 punktów.**
- **Nie zostawiaj zadań zamkniętych bez wskazania odpowiedzi.** Gdy nie jesteś pewien, wybierz najbardziej prawdopodobną.

Jak rozwiązywać zadania zamknięte?

Jest kilka strategii rozwiązywania zadań zamkniętych. Przeanalizujemy najczęściej stosowane na przykładzie prostego zadania.

Wskaż rozwiązanie równania $x + 10 = -8$.

A. 5 **B.** 0 **C.** –3 **D.** –18

Sposób 1. Otwieranie zadania zamkniętego

Równanie po prostu rozwiązujemy i wybieramy odpowiedź zgodną z otrzymaną przez nas.

$x + 10 = -8 \quad | -10$
$x = -8 - 10$
$x = -18$

Zaznaczamy odpowiedź D.

Sposób 2. Podstawianie kolejnych odpowiedzi

W miejsce *x* wstawiamy kolejne liczby i sprawdzamy, czy spełniają warunki zadania.

A. $L = 5 + 10 = 15$, $P = -8$, $L \neq P$, zatem odpowiedź A nie jest poprawna.
B. $L = 0 + 10 = 10$, $P = -8$, $L \neq P$, zatem odpowiedź B nie jest poprawna.
C. $L = -3 + 10 = 7$, $P = -8$, $L \neq P$, zatem odpowiedź C nie jest poprawna.
D. $L = -18 + 10 = -8$, $P = -8$, $L = P$, zatem odpowiedź D jest poprawna.

Sposób 3. Eliminacja odpowiedzi

Na podstawie danych w zadaniu wyciągamy pewne wnioski, które ograniczą krąg odpowiedzi możliwych do wybrania.

Rozwiązaniem naszego równania będzie z pewnością liczba parzysta. Możemy zatem odrzucić odpowiedzi A i C.

Rozwiązaniem musi być liczba ujemna, zatem odpada odpowiedź B.
W ten sposób pozostała nam jedynie odpowiedź D.

1.1. Własności liczb

Rodzaje liczb

Liczby

naturalne

0, 1, 2, 3, 4, ...

całkowite

0, 1, −1, 2, −2, 3, −3, ...
- wszystkie naturalne dodatnie i przeciwne do nich oraz zero

wymierne

np. $-153,\ -\frac{1}{4},\ 0,\ 1,\ \frac{7}{6},\ 2{,}5,\ 0{,}333...$
- można je przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$ (p i q całkowite, $q \neq 0$)
- mają rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe

niewymierne

np. $-\sqrt{5},\ \sqrt{2},\ \sqrt[3]{7}$
- mają rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe

System dziesiątkowy

Do zapisu liczb w systemie dziesiątkowym używamy dziesięciu cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Wartość, jaką reprezentuje dana cyfra w zapisie liczby, zależy od pozycji, na której się ta cyfra znajduje.

Np. 1 milion 34 tysiące 869 zapisujemy jako 1 034 869.

miliony
setki tysięcy
dziesiątki tysięcy
tysiące

1 034 869

jedności
dziesiątki
setki

System rzymski

MMDCXLVII

MM = 2 · 1000 = 2000

DC = 500 + 100 = 600

XL = 50 – 10 = 40

VII = 5 + 2 = 7

2000 + 600 + 40 + 7 = 2647

Do zapisu liczb w systemie rzymskim używamy siedmiu znaków.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

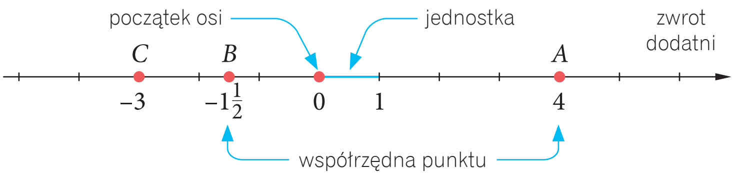
- Obok siebie nie mogą stać dwa znaki V, L ani D.
- Obok siebie mogą stać co najwyżej trzy jednakowe znaki I, X, C lub M.

Wartość liczby zapisanej w systemie rzymskim odczytujemy, wykonując:
- **dodawanie**, jeśli znaki są takie same lub po znaku liczby większej występuje znak liczby mniejszej,
- **odejmowanie**, jeśli przed znakiem liczby większej występuje znak liczby mniejszej – jest sześć takich przypadków:

  IV = 5 − 1 = 4,
  XL = 50 − 10 = 40,
  CD = 500 − 100 = 400,
  IX = 10 − 1 = 9,
  XC = 100 − 10 = 90,
  CM = 1000 − 100 = 900.

Np. XXXII = 3 · 10 + 2 · 1 = 32,
CCLXI = 2 · 100 + 50 + 10 + 1 = 261,
MXLV = 1000 + 50 − 10 + 5 = 1045,
CDLXXI = 500 − 100 + 50 + 2 · 10 + 1 = 471,
MDXCIV = 1000 + 500 + 100 − 10 + 5 − 1 = 1594,
MMCDXC = 2 · 1000 + 500 − 100 + 100 − 10 = 2490.

Oś liczbowa

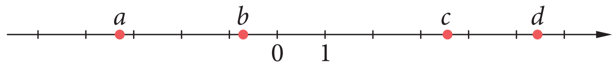


Np. $A = (4)$, $B = \left(-1\frac{1}{2}\right)$, $C = (-3)$

Jeśli $a \leqslant b$, to **odległość** między liczbami a i b na osi liczbowej jest równa różnicy $b - a$.

Np. $5 - \left(-2\frac{1}{2}\right) = 5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$

Strzałka osi liczbowej pokazuje kierunek wzrastania liczb.



Np. $a < b$, $c < d$, $b < d$

Liczby większe od zera (dodatnie) lub równe zero to **liczby nieujemne**.
Liczby mniejsze od zera (ujemne) lub równe zero to **liczby niedodatnie**.

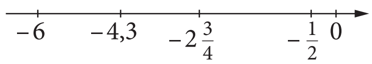
Np. 10, $2\frac{4}{5}$, $\sqrt{7}$, 0 – liczby nieujemne

-12, $-6\frac{3}{7}$, $-\sqrt{2}$, 0 – liczby niedodatnie

Spośród dwóch różnych liczb ujemnych większa jest ta, która na osi liczbowej leży bliżej zera.

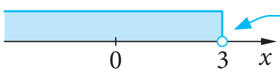
Np. $-4{,}3 > -6$

$-\frac{1}{2} > -2\frac{3}{4}$



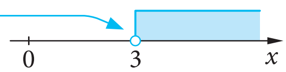
Zbiory liczb na osi liczbowej

Niezamalowane kółko oznacza, że liczba 3 **nie spełnia** nierówności.



$x < 3$

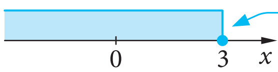
zbiór liczb mniejszych od 3



$x > 3$

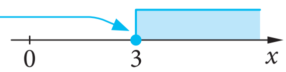
zbiór liczb większych od 3

Zamalowane kółko oznacza, że liczba 3 **spełnia** nierówność.



$x \leqslant 3$

zbiór liczb nie większych od 3
(czyli mniejszych od 3 lub równych 3)

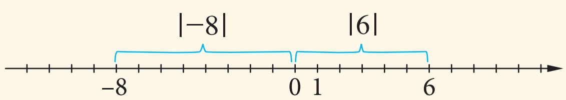


$x \geqslant 3$

zbiór liczb nie mniejszych od 3
(czyli większych od 3 lub równych 3)

Wartość bezwzględna. Liczby przeciwne

Odległość liczby od zera na osi liczbowej to **wartość bezwzględna** liczby.



Np. $|-8| = 8$

$|6| = 6$

$\left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

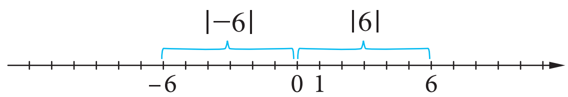
$|0| = 0$

Dwie liczby są **przeciwne**, jeśli ich suma jest równa zero.
Liczbą przeciwną do 0 jest 0.

Np. $2 + (-2) = 0$

$-1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = 0$

Liczby przeciwne:
- są położone na osi liczbowej w takiej samej odległości od zera, ale po jego przeciwnych stronach,
- mają różne znaki, ale taką samą wartość bezwzględną.



$|-6| = |6| = 6$

1. LICZBY

Cechy podzielności liczb naturalnych

Liczba naturalna jest podzielna przez:

- **2** – gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6 lub 8, np. 32, 754, 5126
- **3** – gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 3, np. 15, 129, 3018
- **4** – gdy jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4, np. 112, 236, 3016
- **5** – gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5, np. 10, 35, 105
- **9** – gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 9, np. 27, 342, 1008
- **10** – gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, np. 50, 170, 1520
- **100** – gdy jej dwie ostatnie cyfry to 00, np. 500, 1700, 15 200

Liczby pierwsze i złożone

Liczba pierwsza to liczba naturalna większa od 1, która ma dokładnie dwa różne dzielniki naturalne: 1 i samą siebie.

Np. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …, 223, …

Liczba złożona to liczba naturalna większa od 1, która ma więcej niż dwa dzielniki naturalne.

Np. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, …, 224, …

Liczb 0 i 1 nie zaliczamy ani do liczb pierwszych, ani do liczb złożonych.

Rozkład liczb na czynniki pierwsze

Rozkład liczby na czynniki pierwsze to jej zapis w postaci **iloczynu liczb pierwszych**.

Aby rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze, dzielimy ją kolejno przez liczby pierwsze aż do uzyskania wyniku równego 1.

Np.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ $\qquad$ $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

Największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW)

Największy wspólny dzielnik dwóch liczb naturalnych to największa liczba naturalna, przez którą jest podzielna jednocześnie jedna i druga liczba.

Najmniejsza wspólna wielokrotność dwóch liczb naturalnych to najmniejsza liczba naturalna dodatnia, która jest wielokrotnością jednocześnie jednej i drugiej liczby.

Np.

12 $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ 18

NWD (12, 18) = $2 \cdot 3 = 6$

12 $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ 18

NWW (12, 18) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

Przykłady i ćwiczenia

PRZYKŁAD 1

a) Zapisz w systemie dziesiątkowym liczbę MMCMLXXIV.

b) Zapisz w systemie rzymskim liczbę 939.

Rozwiązanie

a) MMCMLXXIV $=$
$= 2 \cdot 1000 + (1000 - 100) + 50 + 2 \cdot 10 + (5 - 1) =$
$= 2974$

b) $939 = 900 + 30 + 9 =$
$= (1000 - 100) + 3 \cdot 10 + (10 - 1) =$ CMXXXIX

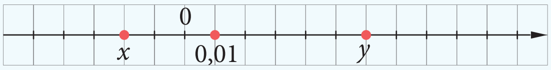
ĆWICZENIE 1

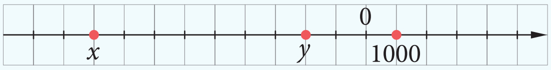
a) Zapisz w systemie dziesiątkowym liczbę MDCCXCIV.

b) Zapisz w systemie rzymskim liczbę 847.

PRZYKŁAD 2

Oblicz odległość między liczbami x i y zaznaczonymi na osi liczbowej.

a)


b)


Rozwiązanie

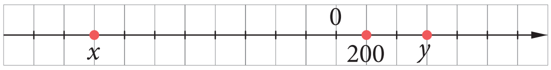
a) $y - x = 0{,}06 - (-0{,}02) = 0{,}06 + 0{,}02 = 0{,}08$

b) $y - x = -2000 - (-9000) = 7000$

ĆWICZENIE 2

Oblicz odległość między liczbami x i y zaznaczonymi na osi liczbowej.

a)

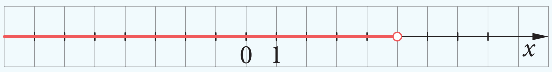

b)


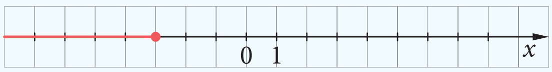
PRZYKŁAD 3

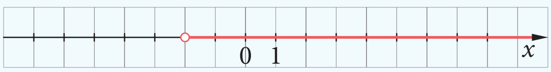
Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnej x spełniającej warunek:

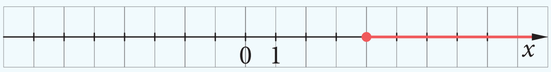
a) $x < 5$, **b)** $x \leqslant -3$, **c)** $x > -2$, **d)** $x \geqslant 4$.

Rozwiązanie

a)


b)


c)


d)


ĆWICZENIE 3

Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnej x spełniającej warunek:

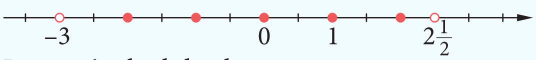
a) $x < 4$, **b)** $x \leqslant -5$, **c)** $x > 6$, **d)** $x \geqslant -3$.

PRZYKŁAD 4

Ile jest liczb całkowitych, które są większe od -3 i mniejsze od $2\frac{1}{2}$?

Rozwiązanie

Na osi liczbowej zaznaczamy pustymi kółkami liczby -3 i $2\frac{1}{2}$, a wypełnionymi – wszystkie liczby całkowite spełniające warunek sformułowany w zadaniu.



Jest pięć takich liczb.

ĆWICZENIE 4

Ile jest liczb całkowitych, które są większe od $-5\frac{1}{2}$ i mniejsze od 3?

PRZYKŁAD 5

Oblicz wartość wyrażenia.
$|7-12|+|-6|+|18-14|-|9|$

Rozwiązanie

$|7-12|+|-6|+|18-14|-|9|=$
$=|-5|+|-6|+|4|-|9|=5+6+4-9=6$

ĆWICZENIE 5

Oblicz wartość wyrażenia.
$|15-9|-|7|-|13-20|-|-8|$

PRZYKŁAD 6

Które spośród liczb: 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100 są dzielnikami liczby 186 240?

Rozwiązanie

Liczba 186 240 jest podzielna przez:
- 2, bo jej ostatnią cyfrą jest 0,
- 3, bo suma jej cyfr, równa 21, jest podzielna przez 3,
- 4, bo 40 jest podzielne przez 4,
- 5, bo jej ostatnią cyfrą jest 0,
- 10, bo jej ostatnią cyfrą jest 0.

Liczba 186 240 nie jest podzielna przez:
- 9, bo suma jej cyfr nie jest podzielna przez 9,
- 100, bo jej dwie ostatnie cyfry to 40.

ĆWICZENIE 6

Które spośród liczb: 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100 są dzielnikami liczby 123 400?

PRZYKŁAD 7

Jedna z podanych niżej liczb jest złożona. Wskaż ją.
A. 29 **B.** 59 **C.** 69 **D.** 89

Rozwiązanie

Żadna z podanych liczb nie jest podzielna przez 2, 5 ani 10, bo na miejscu jedności w każdej z nich stoi cyfra 9. Sprawdzamy podzielność przez 3:

A. 29 nie jest podzielne przez 3, bo $2+9=11$ nie jest podzielne przez 3,

B. 59 nie jest podzielne przez 3, bo $5+9=14$ nie jest podzielne przez 3,

C. 69 jest podzielne przez 3, bo $6+9=15$ jest podzielne przez 3. Liczba 69 jest złożona.

Odpowiedź: C

ĆWICZENIE 7

Jedna z podanych niżej liczb jest pierwsza. Wskaż ją.
A. 4001 **B.** 2001 **C.** 6005 **D.** 3004

PRZYKŁAD 8

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba 96 ma 6 dzielników mniejszych od 10.	**P**	**F**
Suma wszystkich dzielników liczby 24 jest równa 60.	**P**	**F**

Rozwiązanie

Dzielnikami liczby 96 mniejszymi od 10 są: 1, 2, 3, 4, 6, 8, więc pierwsze zdanie jest prawdziwe.
Dzielnikami liczby 24 są: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, więc ich suma jest równa 60, czyli drugie zdanie też jest prawdziwe.
Odpowiedź: PP

ĆWICZENIE 8

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba 91 ma 2 dzielniki, które są liczbami pierwszymi.	**P**	**F**
Największą liczbą pierwszą będącą dzielnikiem liczby 99 jest 11.	**P**	**F**

1. LICZBY

PRZYKŁAD 9

Wyznacz NWD(90, 135).

Rozwiązanie

Sposób I
Wypisujemy wszystkie dzielniki obu liczb.
Dzielniki liczby 90: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90
Dzielniki liczby 135: 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 135
NWD(90, 135) = 45

Sposób II
Wykonujemy rozkład obu liczb na czynniki pierwsze i podkreślamy wspólne czynniki.
$90 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$ $\qquad 135 = 3 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$
Największy wspólny dzielnik liczb 90 i 135 jest iloczynem wspólnych czynników występujących w rozkładach na czynniki pierwsze tych liczb (zostały podkreślone na niebiesko).
$NWD(90, 135) = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$

ĆWICZENIE 9

Wyznacz NWD(60, 150).

PRZYKŁAD 10

Wyznacz NWW(12, 30).

Rozwiązanie

Sposób I
Wypisujemy kilka pierwszych wielokrotności obu liczb.
Wielokrotności liczby 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72,…
Wielokrotności liczby 30: 30, 60, 90, 120, 150,…
NWW(12, 30) = 60

Sposób II
Wykonujemy rozkład obu liczb na czynniki pierwsze i podkreślamy wspólne czynniki.
$12 = \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3}$ $\qquad 30 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$
Najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 12 i 30 obliczamy, mnożąc jedną z liczb przez niepodkreślone czynniki występujące w rozkładzie drugiej liczby na czynniki pierwsze.
$12 \cdot 5 = 60$ lub $30 \cdot 2 = 60$
NWW(12, 30) = 60

ĆWICZENIE 10

Wyznacz NWW(28, 42).

PRZYKŁAD 11

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych o sumie cyfr równej 3? Czy ich suma jest liczbą podzielną przez 9?

Rozwiązanie

Wszystkie liczby czterocyfrowe, których suma cyfr jest równa 3 to:

3000	2100	1200	1110
	2010	1020	1101
	2001	1002	1011

Jest dziesięć takich liczb.
Ich suma jest równa 15 555. Suma cyfr tej liczby jest równa 21, więc nie jest podzielna przez 9 – zatem otrzymana suma też nie jest podzielna przez 9.

ĆWICZENIE 11

Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych o sumie cyfr równej 4? Czy ich suma jest liczbą podzielną przez 9?

Zadania

1 Która z podanych liczb jest mniejsza od 45?

A. LXIV **B.** LIV **C.** XLIV **D.** XLVI

2 Ile jest liczb całkowitych, których odległość od liczby 3 na osi liczbowej jest mniejsza od 7?

A. 6 **B.** 9 **C.** 13 **D.** 16

3 Na osi liczbowej zaznaczono punkt *A* o współrzędnej 2.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Na osi liczbowej można znaleźć 6 różnych punktów o współrzędnej całkowitej, których odległość od *A* jest mniejsza niż 3.	**P**	**F**
Punkt *A* jest jednakowo odległy od punktu *B* o współrzędnej 7 i od punktu *C* o współrzędnej –7.	**P**	**F**

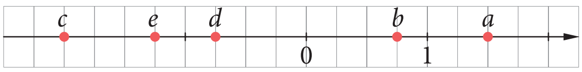
4 Zapisz liczbę w systemie dziesiątkowym.

a) LXXIX **b)** CCXXVII **c)** MCMXXIX

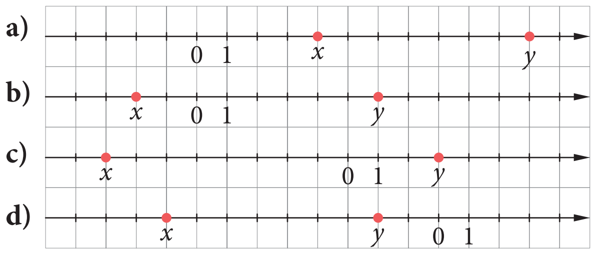
5 Zapisz liczbę w systemie rzymskim.

a) 38 **b)** 219 **c)** 1459

6 Odczytaj z rysunku, jakie liczby oznaczono literami *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Wskaż liczby przeciwne.



7 Oblicz odległość między liczbami *x* i *y* zaznaczonymi na osi liczbowej.



8 Podaj wszystkie liczby, które się różnią od liczby 6 o:

a) 4, **b)** 6, **c)** 9.

1. LICZBY

9 Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnej x spełniającej warunek:

a) $x \geqslant -3$, **b)** $x < 50$, **c)** $x > 0{,}01$, **d)** $x \leqslant \frac{3}{4}$.

10 Ile jest równa wartość bezwzględna każdej z liczb odległych od zera o 19 na osi liczbowej?

11 Spośród liczb z ramki obok wybierz największą liczbę podzielną przez 5 i największą liczbę podzielną przez 4. Dodaj te liczby. Czy otrzymana suma dzieli się przez 9?

136	238	514
217	645	312
105	288	410

12 Podaj co najmniej pięć różnych dzielników liczby 1 234 567 890.

13 Wypisz wszystkie dzielniki podanej liczby. Określ, czy jest to liczba pierwsza czy złożona.

a) 33 **b)** 61

14 Podaj największą liczbę pierwszą będącą dzielnikiem danej liczby.

a) 57 **b)** 89

15 Oblicz największy wspólny dzielnik podanych liczb.

a) 45 i 75 **b)** 120 i 252

16 Oblicz najmniejszą wspólną wielokrotność podanych liczb.

a) 6 i 22 **b)** 24 i 54

17 Ile jest liczb dwucyfrowych, w których cyfra dziesiątek jest większa od cyfry jedności?

18 Wojtek twierdzi, że z 55 patyczków jednakowej długości ułożonych tak, by sąsiednie stykały się końcami, powstała prostokątna ramka. Asia ma pewne wątpliwości. Czy słusznie?

19 Suma pewnych dwóch liczb naturalnych jest równa 99. Czy iloczyn tych liczb może być równy 999?

20 Do hurtowni dostarczono kilka paczek zakreślaczy, pakowanych po 100 sztuk. Czy można wszystkie te zakreślacze przepakować w kompletne paczki po:

a) 25 sztuk, **b)** 5 sztuk, **c)** 4 sztuki.

21 Jurek kupił notatniki: małe w cenie 3 zł za sztukę, średnie po 6 zł i duże po 9 zł za sztukę. Stwierdził, że całe zakupy kosztowały równo 100 zł. Uzasadnij, że nie miał racji.

22 Kwiaciarnia ma przygotować jednakowe bukiety do dekoracji sali koncertowej. Do dyspozycji jest 45 róż, 135 gerber i 75 lilii. Ile najwięcej bukietów można z nich przygotować, żeby wykorzystać wszystkie kwiaty? Ile wtedy będzie kwiatów w każdym bukiecie?

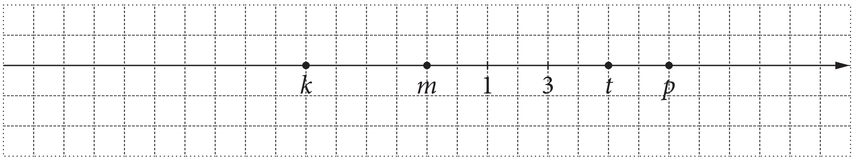
23 Pan Wojciech oraz kilku jego znajomych często podróżują pomiędzy dwiema miejscowościami oddalonymi od siebie o 40 km. Gdy jadą samochodem, pokrywają koszt benzyny w równych częściach. Średni koszt paliwa, jakie zużywa na tym odcinku samochód pana Wojciecha, to 21 zł. Bilet kolejowy na tej samej trasie kosztuje 6,50 zł. Czy przejazd samochodem pana Wojciecha jest bardziej opłacalny niż pociągiem, gdy podróżują:

a) dwie osoby, **b)** trzy osoby, **c)** cztery osoby?

Zadania egzaminacyjne

Zadanie 1. (0–1) CKE czerwiec 2024

Na osi liczbowej zaznaczono sześć liczb całkowitych. Cztery z tych liczb oznaczono literami: k, m, t, p.



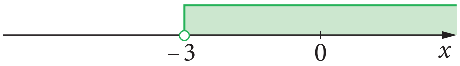
Które z poniższych wyrażeń ma wartość równą 1? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $k+p$ **B.** $k+m+t$ **C.** $k+t$ **D.** $k+m+p$

Zadanie 2. (0–1) CKE grudzień 2024

Dana jest nierówność $x \geqslant -3$.

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x spełniających tę nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.


B.


C.


D.


Zadanie 3. (0–1) CKE sierpień 2024

Marta zapisała w systemie rzymskim cztery liczby: CLXX, CXC, CCLXX oraz CCL.

Która z nich znajduje się na osi liczbowej najbliżej liczby 200? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Zadanie 4. (0–1) CKE czerwiec 2022

Na tablicy zapisano wszystkie różne liczby dwucyfrowe, które jednocześnie spełniają trzy warunki: są mniejsze od 40, są podzielne przez 3, suma cyfr każdej z nich jest większa od 7.

Ile liczb zapisano na tablicy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Zadanie 5. (0–1) CKE maj 2022

Liczba k jest sumą liczb 323 i 160.

Czy liczba k jest podzielna przez 3? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

<table>
<tr><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">Tak,</td><td rowspan="4">ponieważ</td><td>1.</td><td>cyfrą jedności liczby k jest 3.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">żadna z liczb 323 i 160 nie dzieli się przez 3.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">Nie,</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>suma cyfr 3, 4 i 8 jest liczbą podzielną przez 3.</td></tr>
</table>

Zadanie 6. (0–1) CKE maj 2022

Spośród wszystkich liczb trzycyfrowych o sumie cyfr równej 6 wybrano liczbę największą i liczbę najmniejszą.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma wybranych liczb jest równa

A. 714 **B.** 705 **C.** 606 **D.** 327

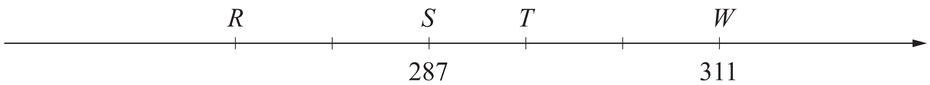
Zadanie 7. (0–1) CKE maj 2021

Czy iloczyn dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych jest podzielny przez 10? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

<table>
<tr><td>A.</td><td>Tak,</td><td rowspan="3">ponieważ, wśród dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych</td><td>1.</td><td>nie musi znajdować się liczba podzielna przez 10.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">Nie,</td><td>2.</td><td>jest co najmniej jedna liczba nieparzysta i co najmniej jedna liczba parzysta.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>jest co najmniej jedna liczba podzielna przez 5 i co najmniej jedna liczba parzysta.</td></tr>
</table>

Zadanie 8. (0–1) CKE czerwiec 2020

Na przedstawionym poniżej fragmencie osi liczbowej oznaczono cztery punkty: R, S, T, W.
Współrzędne punktów S i W są równe 287 i 311. Odcinek RW jest podzielony na pięć równych części.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Współrzędne punktów R i T różnią się o 24.	**P**	**F**
Współrzędna punktu R jest równa 271.	**P**	**F**

Zadanie 9. (0–2) CKE grudzień 2024

Na festyn wpuszczano uczestników jednym wejściem. Pierwszy wchodzący otrzymał i sok, i ciastko. Następnie co szósty wchodzący otrzymywał sok, a co dziesiąty wchodzący otrzymywał ciastko. To znaczy, że sok otrzymali wchodzący: pierwszy, siódmy, trzynasty itd. A ciastko otrzymali wchodzący: pierwszy, jedenasty, dwudziesty pierwszy itd. Na festyn przyszło 450 osób. Oblicz, ilu uczestników tego festynu otrzymało i sok, i ciastko. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–2) CKE sierpień 2024

Agnieszka zapisała liczbę czterocyfrową podzielną przez 7. Skreśliła w tej liczbie cyfrę jedności i otrzymała liczbę 496. Jaką liczbę czterocyfrową zapisała Agnieszka? Zapisz obliczenia.

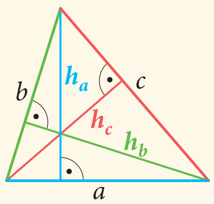
5.3. Pola i obwody wielokątów w zadaniach

Trójkąty i czworokąty

L – obwód figury, P – pole figury

Trójkąt

dowolny



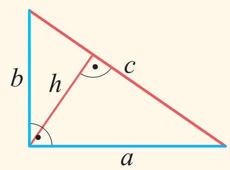
$L = a + b + c$

$P = \frac{1}{2}ah_a$

$P = \frac{1}{2}bh_b$

$P = \frac{1}{2}ch_c$

prostokątny

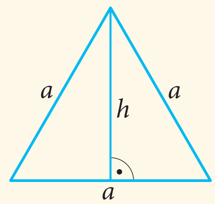


$L = a + b + c$

$P = \frac{1}{2}ab$

$P = \frac{1}{2}ch$

równoboczny

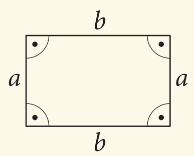


$L = 3a$

$P = \frac{1}{2}ah$

$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

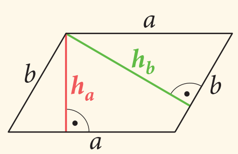
Prostokąt



$L = 2a + 2b$

$P = ab$

Równoległobok

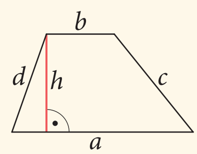


$L = 2a + 2b$

$P = ah_a$

$P = bh_b$

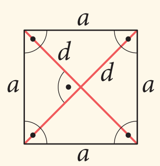
Trapez



$L = a + b + c + d$

$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Kwadrat

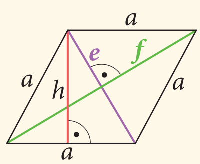


$L = 4a$

$P = a^2$

$P = \frac{d^2}{2}$

Romb

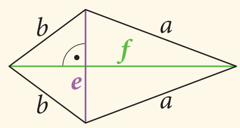


$L = 4a$

$P = ah$

$P = \frac{ef}{2}$

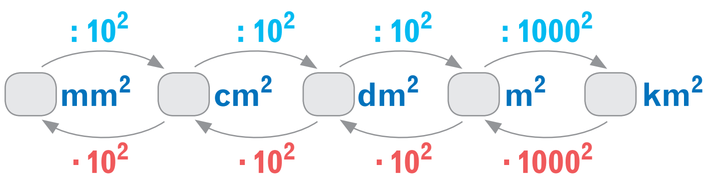
Deltoid



$L = 2a + 2b$

$P = \frac{ef}{2}$

Zamiana jednostek pola

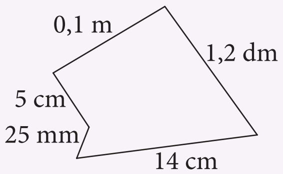


1 hektar = 10 000 m^2
1 ar = 100 m^2
1 ha = 100 a

Przykłady i ćwiczenia

PRZYKŁAD 1

Oblicz obwód wielokąta pokazanego na rysunku poniżej.



Rozwiązanie

1,2 dm = 1,2 · 10 cm = 12 cm

0,1 m = 0,1 · 100 cm = 10 cm

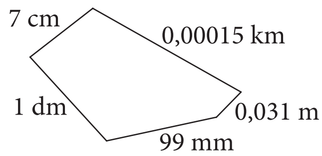
25 mm = 25 · 0,1 cm = 2,5 cm

Obwód czworokąta jest równy:

L = 14 cm + 12 cm + 10 cm + 5 cm + 2,5 cm = = 43,5 cm.

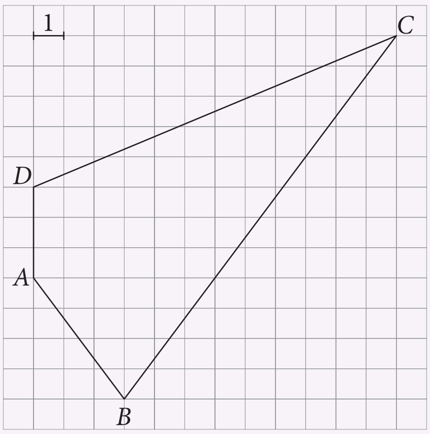
ĆWICZENIE 1

Oblicz obwód wielokąta pokazanego na rysunku poniżej.



PRZYKŁAD 2

Na kwadratowej siatce narysowano czworokąt *ABCD*. Bok kwadratu siatki jest równy 1. Oblicz obwód czworokąta *ABCD*.



Rozwiązanie

Odcinek *AB* jest przeciwprostokątną w trójkącie o przyprostokątnych 3 i 4, więc

$|AB| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Analogicznie obliczamy długości boków *BC* i *CD*:

$|BC| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15,$

$|CD| = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13.$

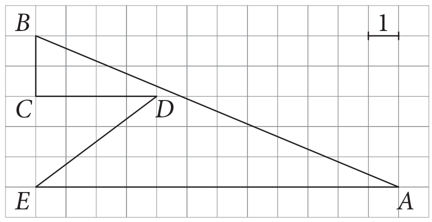
Z rysunku odczytujemy, że $DA = 3$, i obliczamy obwód czworokąta *ABCD*.

$L_{ABCD} = 5 + 15 + 13 + 3 = 36.$

Obwód czworokąta *ABCD* jest równy 36.

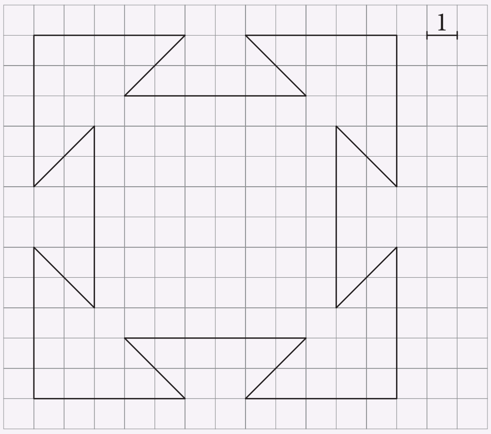
ĆWICZENIE 2

Na kwadratowej siatce narysowano wielokąt *ABCDE*. Bok kwadratu siatki jest równy 1. Oblicz obwód wielokąta *ABCDE*.



PRZYKŁAD 3

Oblicz obwód wielokąta umieszczonego na kwadratowej siatce na rysunku poniżej.



Rozwiązanie

Boki tego wielokąta to:

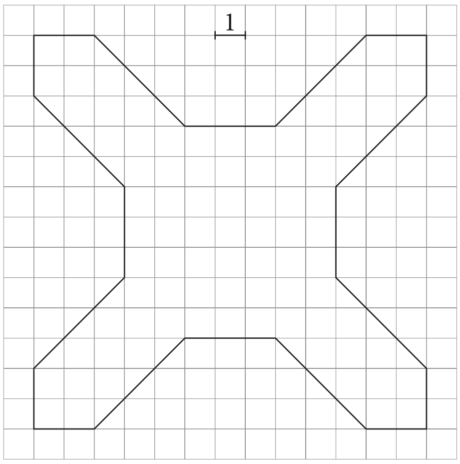
- cztery odcinki długości 6,
- osiem odcinków długości 5,
- osiem odcinków długości $\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Obwód tej figury jest równy:

$L=4\cdot 6+8\cdot 5+8\cdot 2\sqrt{2}=64+16\sqrt{2}=16(4+\sqrt{2})$.

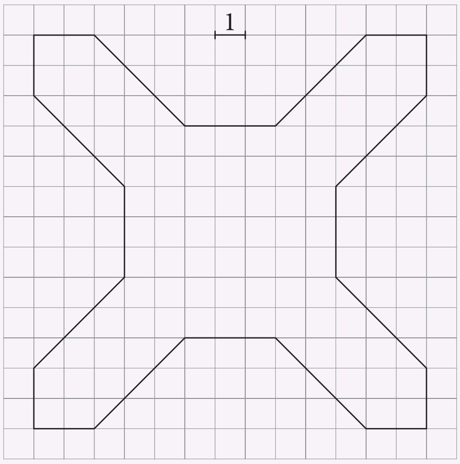
ĆWICZENIE 3

Oblicz obwód wielokąta umieszczonego na kwadratowej siatce na rysunku poniżej.



PRZYKŁAD 4

Oblicz pole wielokąta umieszczonego na kwadratowej siatce na rysunku poniżej.



Rozwiązanie

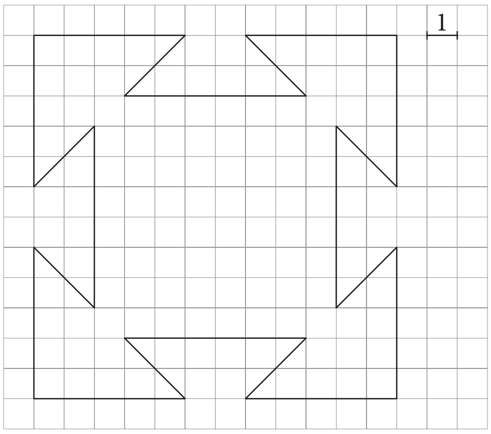
Ten wielokąt można uzupełnić do kwadratu o boku 13, dodając do niego cztery trapezy równoramienne o podstawach 3 i 9 oraz wysokości 3.

Pole wielokąta jest więc równe:

$P=13^2-4\cdot\frac{9+3}{2}\cdot 3=169-72=97$.

ĆWICZENIE 4

Oblicz pole wielokąta umieszczonego na kwadratowej siatce na rysunku poniżej.



PRZYKŁAD 5

W trójkącie prostokątnym o obwodzie 80 cm przyprostokątne są krótsze od przeciwprostokątnej o 4 cm i o 18 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

Rozwiązanie

Oznaczamy literą c długość przeciwprostokątnej (w cm).

Wtedy $a = c - 4$, $b = c - 18$ to długości przyprostokątnych (w cm).

Ze wzoru na obwód mamy:

$c + c - 4 + c - 18 = 80$

$3c = 102$

$c = 34$ [cm]

Wtedy $a = 30$ cm, $b = 16$ cm.

Pole trójkąta jest równe:

$P = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$ [cm²].

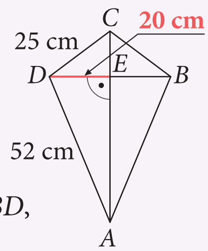
ĆWICZENIE 5

W trójkącie prostokątnym o obwodzie 70 cm przeciwprostokątna jest dłuższa od dłuższej przyprostokątnej o 8 cm, a różnica między przyprostokątnymi wynosi 1 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

PRZYKŁAD 6

W deltoidzie $ABCD$ mamy: $|CB| = |CD| = 25$ cm, $|AB| = |AD| = 52$ cm oraz $|BD| = 40$ cm. Oblicz pole tego deltoidu.

Rozwiązanie



Oznaczmy punkt przecięcia przekątnych przez E. Aby obliczyć pole deltoidu, musimy obliczyć długość drugiej przekątnej.

Punkt E jest środkiem przekątnej BD, więc $|ED| = 20$ cm. Mamy:

$|AE|^2 = |AD|^2 - |ED|^2 = 52^2 - 20^2 = 2304$,

czyli $|AE| = \sqrt{2304} = 48$ [cm],

$|CE|^2 = |CD|^2 - |ED|^2 = 25^2 - 20^2 = 225$,

czyli $|CE| = \sqrt{225} = 15$ [cm].

Pole deltoidu jest równe:

$$\frac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \frac{(48+15) \cdot 40}{2} = 1260 \ [\text{cm}^2].$$

ĆWICZENIE 6

W rombie o boku długości 25 cm dłuższa przekątna ma długość 48 cm. Oblicz pole tego rombu.

PRZYKŁAD 7

Park o powierzchni 1,8 hektara powiększono, dołączając do niego jeszcze 45 arów. Ile metrów kwadratowych ma teraz powierzchnia tego parku?

Rozwiązanie

$1{,}8 \text{ ha} = 1{,}8 \cdot 10\,000 \text{ m}^2 = 18\,000 \text{ m}^2$

$45 \text{ a} = 45 \cdot 100 \text{ m}^2 = 4500 \text{ m}^2$

$18\,000 \text{ m}^2 + 4500 \text{ m}^2 = 22\,500 \text{ m}^2$

Obecnie powierzchnia parku jest równa $22\,500$ m².

ĆWICZENIE 7

Gospodarz miał pole o powierzchni 6,7 ha. Wydzielił z niego i sprzedał działkę o powierzchni 95 a. Ile metrów kwadratowych ma teraz pole tego gospodarza?

Zadania

1 Przekątne rombu o obwodzie 200 cm mają długości 80 cm i 60 cm. Wskaż wysokość tego rombu.

A. 25 cm

B. 48 cm

C. 54 cm

D. 70 cm

2 Kwadrat rozcięto na dwa prostokąty tak, że stosunek ich obwodów jest równy $\frac{5}{7}$. Jaki jest stosunek pól tych prostokątów?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{5}{7}$

C. $\frac{25}{49}$

D. $\frac{1}{9}$

3 Oceń prawdziwość każdego zdania. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Z kwadratowej kartki o obwodzie 12 cm można wyciąć prostokąt o polu 10 cm^2.	**P**	**F**
Z kwadratowej kartki o polu 324 cm^2 można wyciąć prostokąt o obwodzie 70 cm.	**P**	**F**

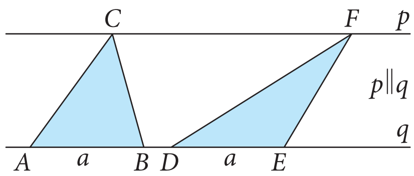
4 Które pole jest największe?

A. 490 mm^2 **B.** 49 cm^2 **C.** 0,0049 m^2 **D.** 4,9 dm^2

5 Która z podanych wielkości jest większa niż 1 m^2 ?

A. 62 dm^2 **B.** 7500 cm^2 **C.** 0,000054 km^2 **D.** 110 000 mm^2

6 Czy trójkąty *ABC* i *DEF* mają równe pola?



Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

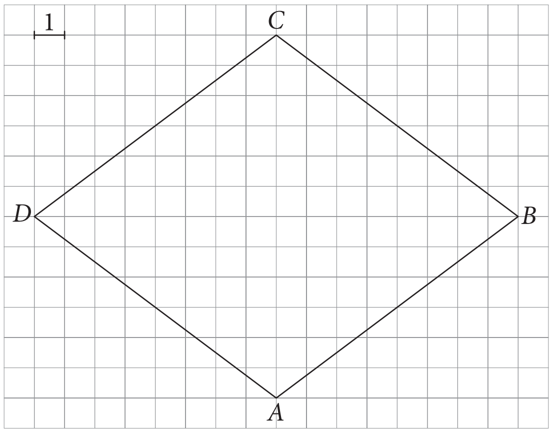
A.	Tak,	ponieważ	**1.**	obwód trójkąta *DEF* jest większy niż obwód trójkąta *ABC*.
			2.	boki *AB* i *DE* mają równą długość i są równoległe.
B.	Nie,		**3.**	wysokości opuszczone na bok *a* w obu tych trójkątach są równe.

7 Trójkąt T_1 ma pole 84 cm^2 i jeden z boków długości 14 cm. Oznaczmy wysokość prostopadłą do tego boku przez *w*. W trójkącie T_2 o polu 72 cm^2 i jednym z boków długości 12 cm oznaczmy wysokość prostopadłą do tego boku przez *t*.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Wysokość *w* jest równa 6 cm.	**P**	**F**
Wysokość *t* jest równa wysokości *w*.	**P**	**F**

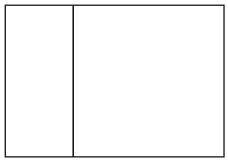
5. PLANIMETRIA

8 Romb $ABCD$ umieszczono na kwadratowej siatce. Oblicz jego pole, obwód i wysokość.

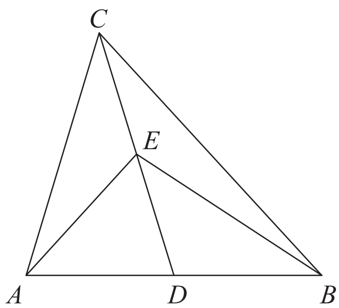


9 Przekątna o długości 18 cm dzieli jeden z kątów deltoidu na dwa równe kąty o mierze 30°, a kąt przeciwległy na dwa równe kąty o mierze 60°. Oblicz pole i obwód tego deltoidu.

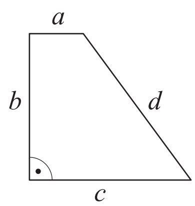
10 Prostokątną działkę podzielono na dwie części: kwadratową o polu $0{,}0081\ \mathrm{km}^2$ i prostokątną o obwodzie 28 000 cm (patrz rysunek). Oblicz pole i obwód działki przed podziałem. Wyraź je odpowiednio w metrach kwadratowych i metrach.

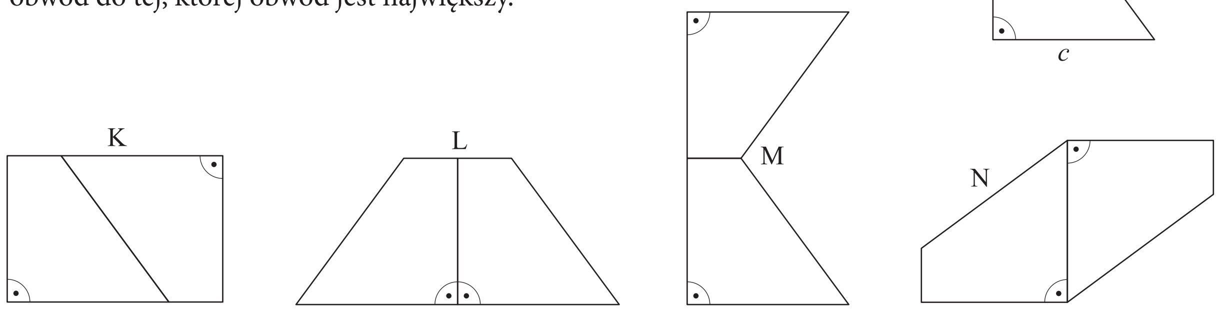


11 W trójkącie ABC połączono wierzchołek C z punktem D, który jest środkiem boku AB. Wyznaczono również środek odcinka CD – punkt E. Uzasadnij, że trójkąty ACE i BED mają równe pola.



12 Długości boków trapezu przedstawionego na rysunku spełniają warunek: $a < b < c < d$. Z dwóch takich trapezów zbudowano cztery figury: K, L, M, N. Wypisz ich nazwy w kolejności od tej, która ma najmniejszy obwód do tej, której obwód jest największy.

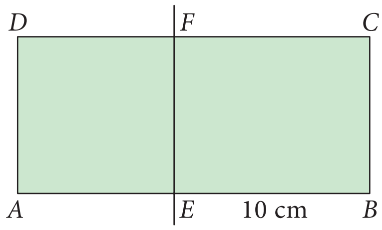




Zadania egzaminacyjne

Zadanie 1. (0–1)
CKE grudzień 2024

Prostokąt $ABCD$ podzielono prostą EF na kwadrat $AEFD$ i prostokąt $EBCF$ (zobacz rysunek). Obwód prostokąta $EBCF$ jest równy 36 cm, a długość boku EB jest równa 10 cm.



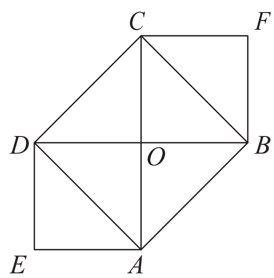
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole kwadratu $AEFD$ jest równe

A. 8 cm^2 **B.** 16 cm^2 **C.** 32 cm^2 **D.** 64 cm^2

Zadanie 2. (0–1)
CKE sierpień 2024

Na rysunku przedstawiono kwadraty $ABCD$, $EAOD$ i $BFCO$. Punkt O jest punktem przecięcia przekątnych kwadratu $ABCD$.

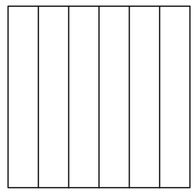


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole kwadratu $ABCD$ jest równe sumie pól kwadratów $EAOD$ i $BFCO$.	**P**	**F**
Obwód kwadratu $ABCD$ jest równy sumie długości wszystkich przekątnych kwadratów $EAOD$ i $BFCO$.	**P**	**F**

Zadanie 3. (0–1)
CKE czerwiec 2024

Na rysunku przedstawiono kwadrat podzielony na 6 jednakowych prostokątów. Obwód każdego z tych prostokątów jest równy 28.



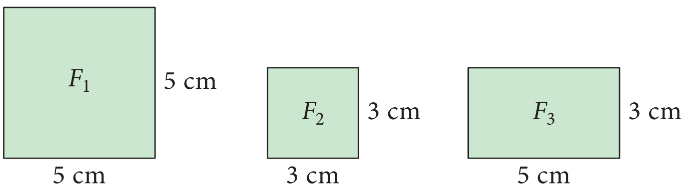
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód kwadratu jest równy

A. 48 **B.** 84 **C.** 96 **D.** 144

Zadanie 4. (0–1)
CKE maj 2023

Na rysunku przedstawiono trzy figury: kwadrat F_1, kwadrat F_2 i prostokąt F_3, oraz podano ich wymiary.



Czy z figur F_1, F_2, F_3 można ułożyć, bez rozcinania tych figur, kwadrat K o polu 49 cm^2? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ	**1.**	suma obwodów figur F_2 i F_3 jest równa obwodowi kwadratu K.
			2.	suma pól figur F_1, F_2 i F_3 jest równa 49 cm^2.
B.	Nie,		**3.**	suma długości dowolnych boków figur F_1, F_2 i F_3 nie jest równa 7 cm.

teraz egzamin ósmoklasisty

Konkretna pomoc od ekspertów
Sprawnie, skutecznie, na czas!

nowa era
Twoje mocne strony

ZGODNE Z WYTYCZNYMI CKE
EGZAMINY OD 2025 R.

REPETYTORIA

Zawierają niezbędną teorię, wskazówki i zadania typu egzaminacyjnego. Pomagają krok po kroku wyćwiczyć umiejętności sprawdzane na egzaminie.

ARKUSZE

Pozwalają oswoić się z formą egzaminu, sprawdzić poziom przygotowania i wypracować skuteczne strategie egzaminacyjne.

Zamów i rozpocznij trening

sklep.nowaera.pl

Nowa Era Sp. z o.o.
www.nowaera.pl
nowaera@nowaera.pl
Centrum Kontaktu: 58 721 48 00

ISBN 978-83-267-5255-1